

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРЕННИХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

А.Н.Гильманов

*Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН*

*420111, Казань, ул. Лобачевского, 2/31*

*gilmanov@dionis.kfti.kcn.ru*

**1. Введение.** Нестационарные процессы, протекающие в ракетных двигателях на твердом топливе (РДТТ), представляют собой совокупность сложных физико-химических явлений, которые до сих пор мало изучены. С одной стороны, развитый аппарат аналитических решений [1–3], основанный на ряде упрощающих предположений типа квазистационарности, квазистационарности, линейности и так далее, уже не может дать ответа на многие важные вопросы. С другой стороны, экспериментальные методы сложны в реализации, требуют больших финансовых затрат и ограничены в отношении объема получаемой информации, что не дает возможности составить достаточно полное представление об исследуемом явлении. Особенно это касается сложных процессов, протекающих в камере ракетного двигателя. Для большинства ракетных двигателей резко выраженный нестационарный характер работы обычно занимает относительно короткое время, если режим работы двигателя устойчив и не сопровождается так называемым вибрационным горением. Однако и на начальном этапе работы двигателя могут возникнуть нежелательные и даже опасные перегрузки [4], природу которых надо знать для того, чтобы устранять причины их возникновения. Здесь рассматриваются нестационарные газодинамические явления в камере двигателя на начальном этапе работы.

**2. Математическая и физическая постановка.** Для полного представления математической постановки решаемой задачи приведем систему уравнений идеального газа, записанную в интегральной форме относительно системы координат, движущейся со скоростью  $U$ , а также

начальные и граничные условия:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_{\sigma} \rho(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \cdot d\sigma &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u dV + \int_{\sigma} \rho u(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \cdot d\sigma + \int_{\sigma} p d\sigma &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E dV + \int_{\sigma} \rho E(\mathbf{u} - \mathbf{U}) \cdot d\sigma + \int_{\sigma} p \mathbf{u} \cdot d\sigma &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение состояния принимается в виде

$$p = (\gamma - 1)\rho\varepsilon, \quad E = \varepsilon + (u^2 + v^2)/2. \quad (2)$$

Граничные условия, определяющие характеристики продуктов сгорания, поступающих в камеру двигателя, имеют вид

$$\mathbf{u}_s = u_T(\rho_T/\rho_s)\mathbf{n}, \quad \rho_s = p/RT_s, \quad \varepsilon_s = RT_s/(\gamma - 1). \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{u}_s$ ,  $\rho_s$ ,  $T_s$ ,  $\varepsilon_s$ ,  $R$  — соответственно скорость, плотность, температура, внутренняя энергия и газовая постоянная поступающих газобразных продуктов сгорания с поверхности твердого топлива;  $\rho_T$  — плотность твердого топлива;  $u_T$  — скорость перемещения поверхности топлива при его выгорании. Предполагается, что вдув газа в камеру двигателя происходит по нормали к поверхности топлива. Величина скорости выгорания  $u_T$  известна из эксперимента и обычно задается в виде зависимости [3]

$$u_T = u_{T_0} p^\nu, \quad (4)$$

где  $u_{T_0}$  — величина скорости перемещения топлива при давлении  $p = 1$ ;  $\nu$  — константа, зависящая от типа используемого топлива ( $0 < \nu < 1$ ).

На неподвижных поверхностях сопла и переднем днище выполняются условия непротекания

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{n} = 0. \quad (5)$$

Приведенная система уравнений, дополненная начальными условиями

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, 0) = 0, \quad \rho(\mathbf{r}, 0) = \rho_0, \quad e(\mathbf{r}, 0) = e_0, \quad (6)$$

описывает нестационарные процессы, протекающие в камере ракетного двигателя начиная с момента зажигания твердого топлива.

**Физическая постановка.** В начальный момент в камеру РДТТ, заполненную газом, при давлении  $p_0 = 1$  атм и температуре  $T_0 = 300$  К с боковой поверхности, представляющей твердое топливо, начинает поступать газ с высокой температурой  $T_s \gg T_0$ . Тем самым моделируется процесс горения заряда твердого топлива. Со временем давление в камере увеличивается и при достижении некоторого значения  $p = p_m$  происходит разрушение мембраны "m", установленной в критическом сечении сопла (рис. 1). После разрыва мембраны струя газа, достигнув сопловой части, сначала сужается, а затем, пройдя через критическое сечение, расширяется и со сверхзвуковой скоростью выбрасывается из двигателя, создавая реактивную тягу.

На рис. 1 схематично приведена расчетная область, на границах которой ставятся следующие условия:

а) тепломассоподвода (3); б) непротекания (5); в) условия на выходе из расчетной области. Рассмотрим последовательно численную реализацию указанных условий.

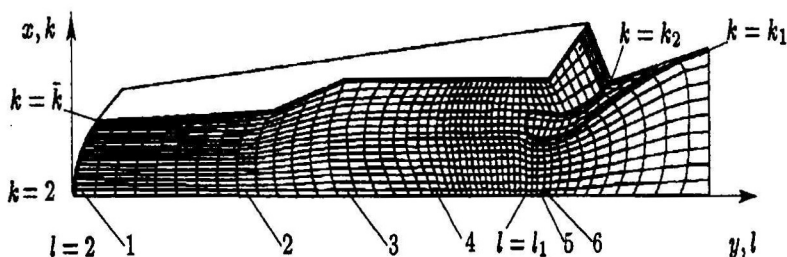


Рис. 1. Сетка расчетной области. Цифрами отмечены точки, для которых приводятся графики изменения давления во времени

Условия (а) тепломассоподвода имеют вид

$$u_{\bar{k},l} = -(u_s)_{\bar{k},l} \sin \alpha_{\bar{k},l}, \quad v_{\bar{k},l} = (u_s)_{\bar{k},l} \cos \alpha_{\bar{k},l},$$

$$(p_s)_{\bar{k},l} = p_{\bar{k},l}/RT_s, \quad (\varepsilon_s)_{\bar{k},l} = RT_s/(\gamma - 1), \quad 2 \leq l \leq \bar{l},$$

где  $\alpha_{\bar{k},l}$  – угол между касательной к поверхности и осью  $Ox$ ;  $p_{\bar{k},l}$ ,  $\rho_{\bar{k},l}$  –

давление и плотность в приграничной ячейке, прилегающей к граничному узлу  $(\bar{k}, \bar{l})$ .

Граница (б) состоит из следующих участков, на которых выполняются условия непротекания (5):

$$\begin{aligned} l &= 2, & 2 \leq k \leq \bar{k}, \\ k &= 2, & 2 \leq l \leq \bar{l}, \\ k &= k_1 \vee k_2, & l_1 \leq l \leq \bar{l}, \\ l &= \bar{l}, & k_2 \leq k \leq \bar{k}. \end{aligned}$$

На выходе расчетной области задаются условия экстраполяции газодинамических переменных

$$\begin{aligned} u_{k,\bar{l}} &= u_{k,\bar{l}-1}, \quad v_{k,\bar{l}} = v_{k,\bar{l}-1}, \\ \rho_{k,\bar{l}} &= \rho_{k,\bar{l}-1}, \quad e_{k,\bar{l}} = e_{k,\bar{l}-1}, \quad 2 \leq k \leq k_1. \end{aligned}$$

**3. Изучение нестационарных процессов в камере ракетного двигателя.** Одним из главных вопросов, возникающих при исследовании нестационарных процессов в камерах ракетных двигателей, является вопрос о вибрационном горении или нелинейной неустойчивости работы двигателя. Это явление сопровождается периодическим изменением давления, что приводит, как правило, к увеличению среднего давления, изменению времени работы двигателя.

И здесь еще раз необходимо отметить важную роль вычислительного эксперимента, так как даже стендовые испытания не обеспечивают полной гарантии нормальной работы двигателя [5]. Не останавливаясь на обзоре работ, касающихся проблемы вибрационного горения, укажем только на исследования [6,7], где для изучения нелинейной неустойчивости был представлен эффективный численный метод и решены простые тестовые задачи. В работе [8] были проведены более подробные исследования, касающиеся нестационарных режимов работы двигателей. В частности, интересна гипотеза, которая подтверждается экспериментальными работами, о том, что наиболее вероятной причиной раскачки нелинейных колебаний является сильно нелинейная зависимость нестационарного горения от скорости газа. Результаты

расчетов, полученные при учете только связи по давлению, показывают, что горение в камере является устойчивым по отношению даже к очень сильным возмущениям. Анализ полученных данных показал, что сдвиг по фазе между колебаниями давления, скорости потока газа и скорости горения твердого топлива изменяется очень сложным образом, то есть между газодинамическим потоком и процессом горения осуществляется сложное нелинейное взаимодействие. Тем не менее физические механизмы, ответственные за возбуждение нелинейной неустойчивости, еще окончательно не выявлены. Важным является вывод: большинство сложных эффектов, наблюдаемых при неустойчивых колебаниях в двигателях, существенно зависят от геометрии заряда.

Перейдем к обсуждению результатов, полученных при решении полной нестационарной системы уравнений идеального газа с описанными выше начальными и граничными условиями (1)–(6).

Входные данные задачи следующие:

а) начальные условия

$$u(r, 0) = 0 \text{ м/с}; \rho(r, 0) = 1,1035 \text{ кг/м}^3; p(r, 0) = 1 \text{ кг/см}^2;$$

б) параметры топлива для граничных условий

$$u_{T_0} = 0,0062 \text{ м/с}; \rho_T = 1800 \text{ кг/м}^3; T_s = 3300 \text{ К};$$

в) величина давления, при котором происходит разрушение мембраны

$$p_m = 5,5 \text{ кг/см}^2.$$

Отметим, что в этом варианте расчета величина  $u_{T_0}$  постоянна вдоль всей поверхности заряда, то есть считаем, что форма заряда не имеет щелевых участков и является конической. Все приведенные на рисунках числовые характеристики являются безразмерными. Перевод к размерным величинам осуществляется с помощью определяющих размерных параметров:  $a_0 = 1040 \text{ м/с}$ ,  $\rho_0 = 10 \text{ кг/м}^3$ ,  $R_0 = 0,5 \text{ м}$ .

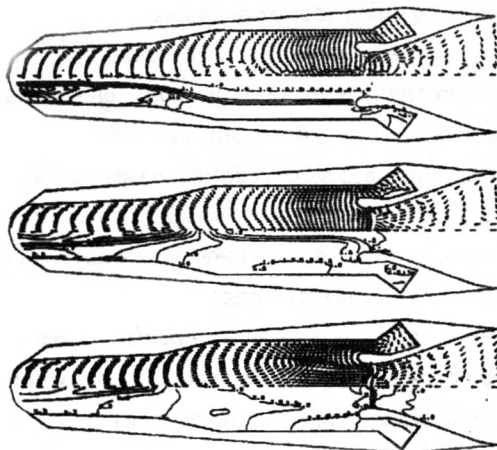


Рис. 2. Процесс заполнения камеры продуктами сгорания

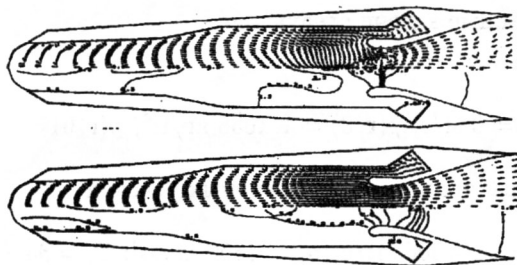


Рис. 3. Состояние перед и после вскрытия мембраны

На рис. 2–4 показаны стадии развития процесса заполнения камеры двигателя с момента его "включения", то есть подачи продуктов сгорания через боковую поверхность заряда. На верхних половинках рисунков приведены направления векторов скорости газа (для наглядности не во всех узлах конечно-разностной сетки), на нижних половинках приведены изобары. Из этих рисунков видно, что в той части двигателя, где радиус наименьший, процесс заполнения протекает более интенсивно, чем в других областях. Ко времени  $t = 1$  струя газа, достигнув оси, в результате резкого сжатия и образования отрицатель-

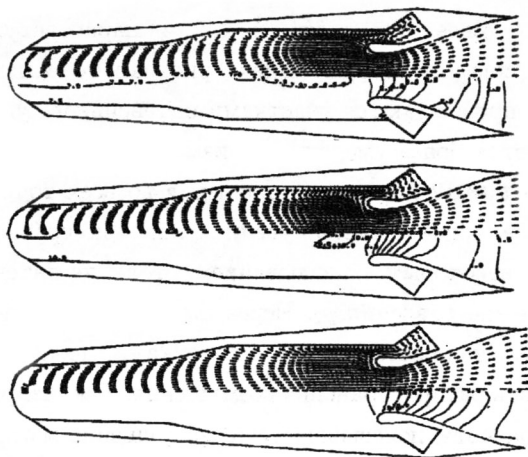


Рис. 4. Выход на расчетный режим работы

ных градиентов давления изменяет свое направление на обратное.

В полости, расположенной между соплом и зарядом, также происходит сжатие, но газ к рассматриваемому моменту из нее еще не вытекает, т. к. давление в ней меньше давления встречного потока газа. К моменту  $t = 10$  в узкой части канала достигается максимум давления, из полости начинает вытекать газ. Хорошо просматривается столкновение набегающего и вытекающего из полости потоков газа. В районе мембраны появляется зона сжатого газа и зарождается вихрь. Мембрана выбивается в момент  $t \approx 24$ . Видно, что ко времени  $t \approx 30$  волна возмущения прошла небольшую часть от начального положения мембраны. С момента  $t \approx 50$  и далее качественно характер течения не меняется, хотя по величине параметры потока изменяются существенно. И, начиная с  $t \approx 150$ , изменения давления и скорости малы, то есть можно сказать, что достигнут квазистационарный режим работы двигателя.

На рис. 5а приведены зависимости давления  $p(t)$  в точках "1-6", указанных на рис. 1. По приведенным на рис. 5а кривым можно составить представление о характере нестационарного заполнения камеры.

В "среднем" давление в точках "1, 2, 3, 4" нарастает одинаково. Если же рассматривать локальные характеристики, то видно, что изменения давления сопровождаются участками интенсивного увеличения, которые сменяются более умеренными изменениями давления. Примерно до момента  $t \approx 12$  нарастание давления во всех точках шло плавно, но далее  $p_1$  начинает заметно увеличиваться по сравнению с другими точками. С некоторым запаздыванием, столь же интенсивно происходит увеличение давления  $p_2$ . Через  $\Delta t \approx 4, 5$  начинает подниматься давление  $p_4$ . Зная расстояние между точками, можно вычислить среднюю скорость распространения возмущения. Так, например, для точек "1" и "4" расчеты показывают, что возмущение между этими точками движется со скоростью  $v \approx 1$ , которая близка к скорости звука в газе с температурой  $T_s$ :  $a_s = \sqrt{\gamma RT_s} \approx 1,05$ . Следовательно, эта волна возмущения является акустической волной. Далее возмущение достигает критического сечения сопла, давление начинает резко повышаться и в момент  $t_1 \approx 23$ , когда давление около мембраны достигает величины  $p \approx 0,05$ , мембрана выбивается. Это хорошо видно по характеру изменения кривых 5 (точка перед мембраной) и 6 (точка за мембраной). Интенсивность ударной волны, которая образуется после разрыва мембраны и распада разрыва, определяется из решения нелинейного алгебраического уравнения и для данного случая с начальным перепадом давления  $\Delta p = 0,045$  равна  $z = (p_2 - p_1)/p_1 = 1,2$ . Здесь  $p_2$  и  $p_1$  – давления за фронтом и перед фронтом ударной волны. После разрушения мембраны внутрь камеры начинает распространяться волна разрежения, а в обратном направлении – ударная волна.

Таким образом, картина заполнения камеры двигателя на начальном временном интервале следующая: в узкой передней части области формируется волна сжатия, которая, распространяясь со звуковой скоростью, способствует более раннему вскрытию мембраны, чем это было бы для камер с другой формой, без участков сужения заряда.

На рис. 5б приведена диаграмма давление–время для одной из характерных точек, находящейся около переднего днища. Расчет проводился



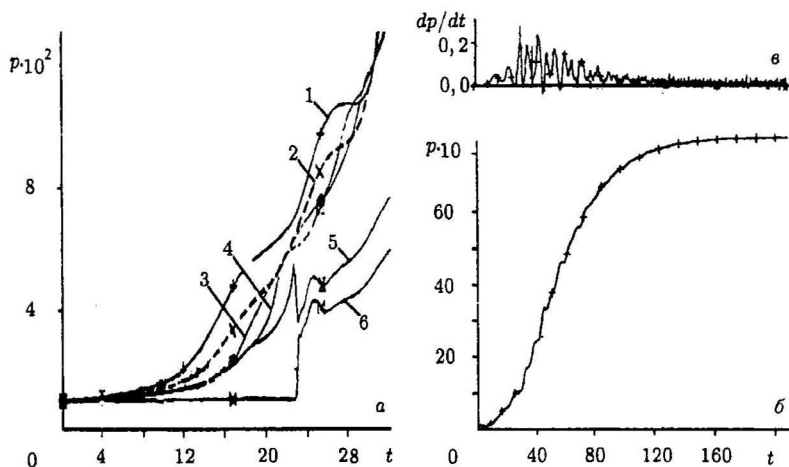


Рис. 5. Изменение давления в выбранных точках "1-6" на оси симметрии (а), изменение давления  $p_1$  (б) и ее производной (в) от времени

до момента времени, при котором газодинамические характеристики потока достигали установившихся значений. По характеру изменения кривых  $dp/dt$  (рис. 5в) графически была определена собственная частота продольных колебаний  $f_1 \approx 0,15$ . Необходимо отметить, что колебания во всех точках наряду с низкочастотной составляющей имеют и высокочастотные гармоники. Источником высокочастотных составляющих могут быть радиальные колебания газа, которые на различных участках канала, из-за изменения поперечного сечения, имеют свою частоту.

По характеру изменения давления  $p_1$  и соответствующей производной по времени видно, что колебания затухают, то есть возникшие в начальный момент возмущения не приводят к появлению нелинейных колебаний, к развитию неустойчивости в камере двигателя. Эти результаты находятся в определенном согласии с выводами работы [8] по отношению к закону горения (4).

Можно сопоставить полученные расчетные величины давления в камере твердотопливного ракетного двигателя с давлением, подсчитан-

ным по формуле Бори [1]

$$p_b = \left( \frac{\Sigma}{S} u_{T_0} \rho_T \beta \right)^{1/(1-\nu)}, \quad (1)$$

где  $p_b$  – значение давления на расчетном режиме;  $\Sigma$  – площадь поверхности заряда;  $S$  – площадь критического сечения сопла;  $\beta$  – расходный комплекс;  $\nu$  – показатель в законе горения (4). Расчет по формуле (7) дает  $p_b = 71,56 \text{ кг/см}^2$ . В рассматриваемом варианте давления в точках 1–4 равны  $p_1 = 80 \text{ кг/см}^2$ ,  $p_2 = 79,5 \text{ кг/см}^2$ ,  $p_3 = 79 \text{ кг/см}^2$ ,  $p_4 = 78 \text{ кг/см}^2$ . В среднем отличия составляют  $\approx 10\%$ . Эти различия могут быть следствием того, что коэффициент расхода сопла  $\mu_c$  в данном случае не равен единице, то есть профиль скорости отличается от прямоугольного. Отличие это может быть существенным вследствие "плохого" входного участка сопла, и этот коэффициент может уменьшаться до величины  $\mu_c = 0,95$ . С учетом этого замечания давление, вычисленное из соотношения (7), станет равным  $p_b = 78,3 \text{ кг/см}^2$  и будет отличаться от давления в точках 1–4 не более, чем на 2%.

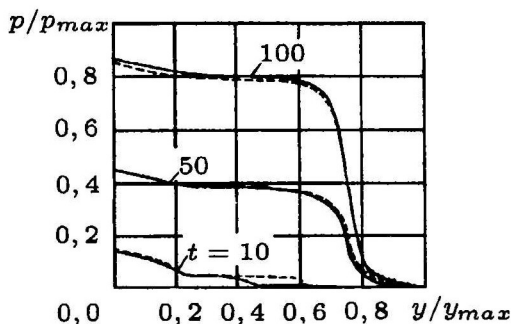


Рис. 6. Сравнение двух вариантов расчета, различающихся числом разбиений расчетной области

Были проведены расчеты на более мелкой сетке с разбиением области на  $16 \times 113$  ячеек, то есть общее число ячеек было увеличено более, чем в 2 раза. Сравнение полученных результатов с аналогичными картинками предыдущего расчета позволило установить их качественное совпадение. Для количественного сопоставления на рис. 6 даны распределения давления в зависимости от осевой координаты для моментов

времени  $t = 10, 50$  и  $100$ . Здесь сплошные линии соответствуют разбиению  $10 \times 80$ , штриховые –  $16 \times 113$ . Сопоставление результатов расчета показывает, что они практически совпадают на всем интервале изменения.

Для определения собственных частот замкнутых полостей приходится решать волновое уравнение. В случае сложных внутренних геометрий такие подходы вызывают определенные трудности. Следующие результаты расчета, приведенные на рис. 7, представляют один из возможных способов определения собственных частот камеры двигателя на основе численного эксперимента.

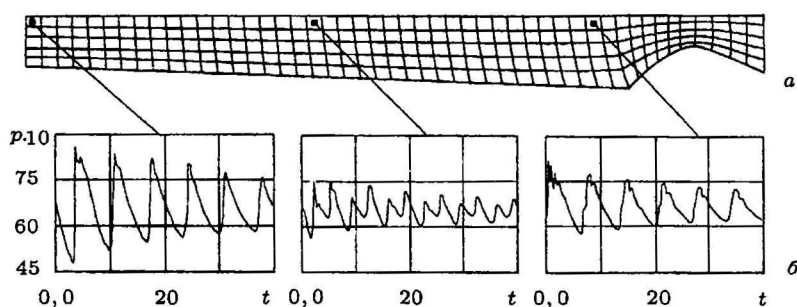


Рис. 7. Форма камеры двигателя и конечно-разностная сетка (а), изменение во времени давления в трех точках на оси симметрии (б)

На рис. 7а приведена модельная камера двигателя, для которой определяются собственные частоты, а на рис. 7б – изменение во времени давления в указанных на расчетной области точках. Предварительно осуществлялся выход на расчетный режим, при котором течение в камере достигает стационарного режима. После этого установкой мембраны перекрывалось критическое сечение сопла и одновременно прекращалась подача в камеру с поверхности топлива продуктов сгорания. В результате торможения потока газа у мембраны происходит интенсивное сжатие газа и формирование волны сжатия, которая впоследствии распространяется в камеру к переднему днищу. Необходимо отметить нелинейный характер колебаний, что говорит о сложном

спектре частот, который можно разложить по гармоникам. Полученная таким образом частота первой моды продольных колебаний составила  $f_0 \approx 0,14$ .

Проведенные численные исследования позволяют сделать следующие выводы: а) на основе анализа и расчетных данных, полученных с помощью вычислительного эксперимента, составлена картина нестационарных переходных процессов в камере РДТТ с момента его "включения" и до выхода на расчетный режим; б) на возникновение волн возмущения в камере важное значение оказывает ее форма; в) используемая модель зависимости скорости горения заряда от давления (4) не позволяет получить сильно нелинейные незатухающие колебания. По всей вероятности, необходимо привлекать более сложные модели нестационарного горения твердого топлива [10].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 98-01-00257)

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. *Теория ракетных двигателей*. – М.: Машиностроение, 1969.
2. Шишков А.А. *Газодинамика пороховых ракетных двигателей*. – М.: Машиностроение, 1968.
3. Соркин Р.Е. *Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе*. – М.: Наука, 1983.
4. Cline M.C., Wilmoth R.G. *Computation of the Space Shuttle solid rocket booster nozzle start-up transient flow* // AIAA Pap. – 1984. – No. 462.
5. Браунли В. *Нелинейная продольная неустойчивость горения в ракетных двигателях твердого топлива* // Ракетн. техника и космонавтика. – 1964. – Т. 2. – С. 67–79.
6. Баум Дж.Д., Левин Дж.Н. *Численные методы исследования нелинейной неустойчивости горения в ракетных двигателях на твердом топливе* // Аэрокосмическая техника. – 1983. – Т. 1. – № 2. – С. 89–98.
7. Баум Дж.Д., Левин Дж.Н., Ловайн Р.Л. *Возбуждаемая импульсом давления неустойчивость горения в ракетных двигателях на твер-*

дом топлива //Аэрокосмическая техника. – 1985. – Т. 3. – № 7. – С. 105–114.

8. Левин Дж.Н., Баум Дж.Д. Численное исследование нелинейной неустойчивости горения в ракетных двигателях на твердом топливе //Аэрокосмическая техника. – 1984. – Т. 2. – № 1. – С. 49–59.

9. Липман Г.В., Рошко А. Элементы газовой динамики.– М.: ИЛ, 1960.

10. Новожилов Б.В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. – М.: Наука, 1973.